# 第五单元 平面向量及其应用、复数

## 基础课27 平面向量的概念及其线性运算

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. （改编）下列说法：

①两个相等向量，若它们的起点相同，则终点也相同；

②若，则；

③若四边形满足，则四边形是平行四边形；

④若，，则；

⑤有向线段就是向量，向量就是有向线段；

⑥任何一个非零向量都可以平行移动.

其中不正确的个数是（ B ）.

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

[解析]对于①，当两个向量相等时，若它们的起点相同，则终点也相同，①正确；

对于②，若，方向不确定，则,不一定是相等向量或相反向量，②错误；

对于③，若，则,不一定相等，所以四边形 不一定是平行四边形，③错误；

对于④，若，，则，④正确；

对于⑤，因为向量没有固定的起点，所以向量不是有向线段，但向量可以用有向线段表示，⑤错误；

对于⑥，任何一个非零向量都可以平行移动，⑥正确.

综上，不正确的是②③⑤，共3个，故选.

2. （改编）下列说法正确的是（ C ）.

A. 零向量没有方向

B. 平行向量不一定是共线向量

C. 对于任意向量,，必有

D. 若,满足且与反向，则

[解析]对于，零向量的方向是任意的，故 错误；

对于，平行向量就是共线向量，故 错误；

对于，若,同向共线，则，若,反向共线，则，若,不共线，则根据向量加法的三角形法则及两边之和大于第三边知，因此对于任意向量,，必有，故 正确；

对于，两个向量不能比较大小，故 错误.故选.

3. 化简以下各式：；；；.其中结果为零向量的个数是（ C ）.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

[解析]对于①，，故①为零向量；

对于②，，故②不为零向量；

对于③，，故③为零向量；

对于④，，故④为零向量.

故结果为零向量的个数是3.故选.

4. 设，是单位向量，则下列四个结论正确的是（ D ）.

A. B. C. D.

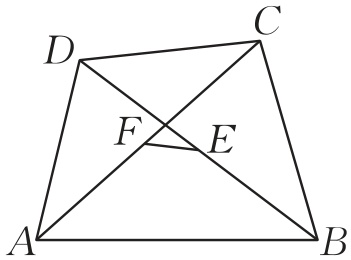
[解析]由,是单位向量知，，但单位向量的方向不确定，所以，和 均错误，正确.故选.

5. 在中，点在边上，平分.若，，，，则（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]因为 平分，所以，所以，所以.故选.

6. （改编）如图，在平面四边形中，，，那么（ C ）.



A. B.

C. D.

[解析]由题意可知，，

又，

所以，即.故选.

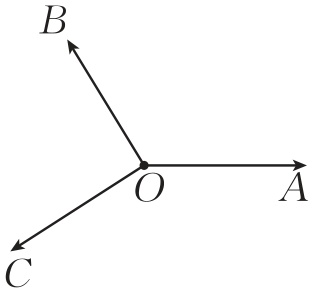
7. （改编）设，是两个不共线的向量，且向量与是平行向量，则实数 的值为（ C ）.

A. B. C. 或 D. 1或

[解析]因为向量 与 是平行向量，所以存在唯一的实数，使，因为，是两个不共线的向量，所以，

，则，即，解得 或.故选.

8. 如图，已知平面向量,,满足,, ,，则（ A ）.



A. B.

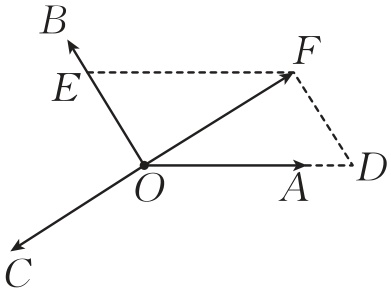
C. D.

[解析]设，过点 分别作,的平行线，分别交,于点，,如图，

不妨设，因为, ,，

所以 , ，则,，

从而，故.故选.



#### 综合提升练

9. （多选题）设是所在平面内一点，则下列说法正确的是（ ACD ）.

A. 若，则是的中点

B. 若，则点在边的延长线上

C. 若，则点是的重心

D. 若，则

[解析]对于,由，可得，即，则 是边 的中点，故 正确；

对于,由，可得，即，则点 在边 的延长线上，故 错误；

对于,设 的中点为，则，由三角形重心的性质可知，点 是 的重心，故 正确；

对于,因为，则，整理得，故 正确.故选.

10. （多选题）下列说法正确的是（ BD ）.

A. 若，，则

B. 两个非零向量，，若，则与共线且反向

C. 若，则存在唯一实数 ,使得

D. 若，，分别表示，的面积，则

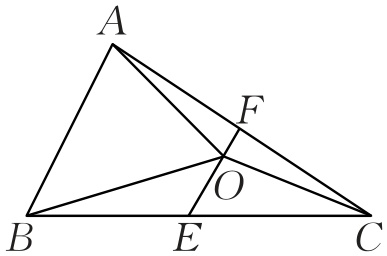
[解析]对于，若，，则当 时，不一定有，故 错误；

对于，两个非零向量,，若，则 与 共线且反向，故 正确；

对于，若，则不存在唯一的实数 ，使得非零向量，故 错误；

对于，因为，整理得，如图所示,

分别取，的中点,，则，即，所以，，三点共线，故，，所以，，，，故，故 正确.故选.



11. 关于非零向量有如下说法：的长度是的长度的2倍，且与的方向相同；的长度是的长度的，且与的方向相反；③若，则；④若，则是与同向的单位向量.其中说法正确的是①②④.

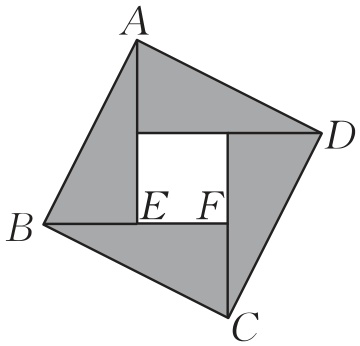
[解析]对于①，的长度是 的长度的2倍，且 与 的方向相同，故①正确；对于②，的长度是 的长度的，且 与 的方向相反，故②正确；对于③，若,则，不是零，故③错误；对于④，若，则 是与 同向的单位向量，故④正确.

12. （双空题）已知在中,,分别是边,上的点（不包括端点）,与交于点,若,则1,  .

[解析]设,,由,可得,.因为,,三点共线,所以,解得.因为,,三点共线,所以,解得,所以,,所以,.

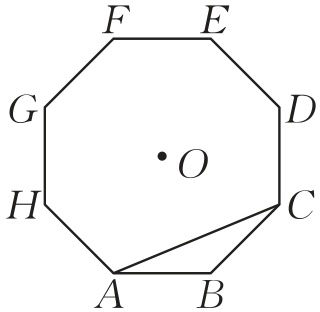
#### 应用情境练

13. 勾股定理最早的证明是东汉数学家赵爽在为《周髀算经》作注时给出的，书中的“勾股圆方图”被后人称为“赵爽弦图”.“赵爽弦图”是数形结合思想的体现，是中国古代数学的图腾，还被用作第24届国际数学家大会的会徽.如图，大正方形是由4个全等的直角三角形和中间的小正方形组成的，若，，为的中点，则  .（用，表示）

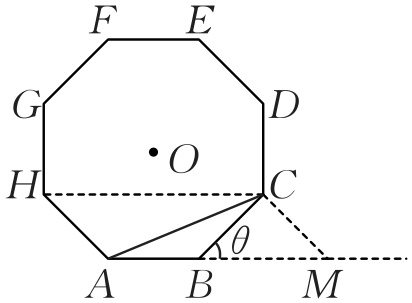


[解析]，整理得.

14. 某石碑的底座外观呈正八棱柱形，记正八棱柱的底面是正八边形，如图所示，若是正八边形的中心，且，则  .



[解析]由图可知，外角 ，作平行四边形，则 ，设八边形的边长为1，则，，所以，，所以.

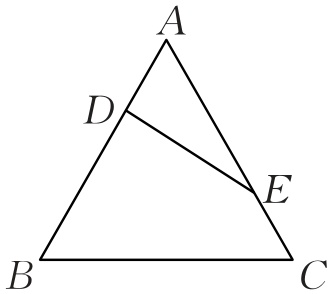


#### 创新拓展练

15. 已知为所在平面内一动点，且满足，，，若点的轨迹与直线，围成的封闭区域的面积为，则3.

[解析]如图，设,，则.

因为 满足，所以，所以,,三点共线，所以点 的轨迹为直线.因为点 的轨迹与直线，围成的封闭区域的面积为，所以，即，所以，即，所以，所以 为等边三角形，所以.



16. 已知在中，为所在平面内一点.

（1）若点在边上，且，用，表示.

（2）若点是的重心.

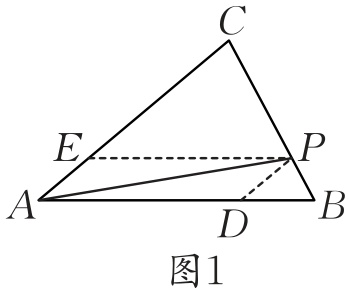
①求证：.

②若，求.

[解析]（1）如图1,过点 作 交 于点，交 于点，则四边形 为平行四边形，

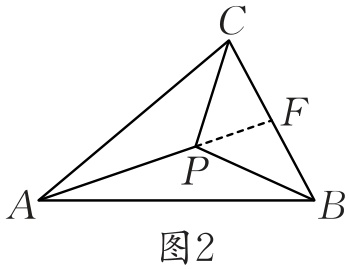
所以，由，得，即，

同理，，即，所以.



（2）①如图2,延长 交 于点，因为点 是 的重心，所以 为 的中点，且，所以，即，

又，所以.



②当点 是 的重心时，由①知,

因为，所以，所以，由正弦定理知，不妨设,,，由余弦定理得.